

PACS: 42.50.Nn

ISSN 1729-4428 (Print)  
ISSN 2309-8589 (Online)

М.В.Стріха<sup>1,2</sup>, А.А.Сакун<sup>1</sup>

## Вплив дисперсності колоїдних квантових цяток за розмірами на коефіцієнт поглинання фотодіода на їх основі

<sup>1</sup>Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, факультет радіофізики, електроніки і комп'ютерних систем, м. Київ, Україна,

<sup>2</sup>Інститут фізики напівпровідників ім. В.С.Лаїкарьова НАН України, м. Київ, Україна, [maksym\\_strikha@hotmail.com](mailto:maksym_strikha@hotmail.com)

На основі простої теоретичної моделі показано, що дисперсність ансамблю колоїдних квантових цяток за їх розмірами суттєво впливає на коефіцієнт поглинання фотодіодів на їх основі і має обов'язково враховуватися при описі роботи сучасних фотодетекторів для інфрачервоного діапазону. Зростання дисперсності ансамблю наночастинок у фотодетекторі призводить до помітного зменшення значення коефіцієнта поглинання на частоті, що відповідає поглинанню для наночастинок середнього розміру. Типова залежність коефіцієнту поглинання фотодетектора від частоти включає різке зростання на частотах, близьких до краю власного поглинання наночастинок, потім спад за законом  $1/(\hbar\omega - E_g^{(b)})^{3/2}$ , де до знаменника входить величина забороненої зони в об'ємному матеріалі, а потім – дальше зростання, обумовлене переходами з участю вищих квантованих енергетичних рівнів наночастинок.

**Ключові слова:** колоїдні квантові цятки, фотодіод, дисперсність, коефіцієнт поглинання.

Подано до редакції 06.04.2026; прийнято до друку 16.06.2026; опубліковано 27.06.2026.

Сучасна оптоелектроніка переживає етап трансформації, пов'язаний із переходом від об'ємних напівпровідникових матеріалів до наноструктурованих систем. Особливе місце серед них посідають колоїдні квантові цятки (CQD) – нанокристали, синтезовані хімічними методами, які дозволяють керувати шириною забороненої зони шляхом зміни розміру частинок (див. напр. [1] та літературу там). Ця технологія відкриває шлях до створення дешевих, гнучких та високоефективних фотодетекторів, особливо в короткохвильовому інфрачервоному діапазоні (SWIR), що є критично важливим для систем нічного бачення, автономної навігації (LiDAR) та біомедичної діагностики.

Завдяки своїм унікальним оптоелектронним властивостям, CQD розглядаються як найбільш перспективна альтернатива традиційним епітаксійним матеріалам (таким як InGaAs або HgCdTe) для створення фотодетекторів нового покоління, особливо в інфрачервоному діапазоні спектра. Еволюція фотодетекторів на основі CQD пройшла

шлях від простих фотопровідників (photoconductors), які забезпечують високий коефіцієнт підсилення завдяки тривалому часу життя носіїв, захоплених на пастки, але мають низьку швидкодію (смуга пропускання < 100 Гц), до швидкодійних фотодіодів [2].

Наприклад, сучасні фотодіоди на основі сульфідів свинцю (PbS) досягають зовнішньої квантової ефективності (EQE) понад 80% та питомої виявної здатності (detectivity) на рівні  $8 \cdot 10^{11}$  Джонс у діапазоні до 1550 нм, із часом відгуку порядку 10 нс [3]. Такі високі показники стали можливими завдяки впровадженню нових стратегій пасивації поверхні, зокрема заміні довгих органічних лігандів (олеїнова кислота) на компактні атомні ліганди (галогеніди: I, Br), що покращує електронний зв'язок між нанокристалами та знижує щільність поверхневих пасток [3, 4, 5].

Однак проблемою для теоретичного опису реального пристрою на квантових цятках залишається врахування статистики ансамблю. Незважаючи на

досягнення колоїдної хімії, отримати ідеально монодисперсний ансамбль наночастинок неможливо. Реальні плівки характеризуються розподілом наночастинок за розмірами, який зазвичай описується функцією Гаусса [6].

Якщо розміри квантових цяток розподілені за стандартним законом, то це призводить до і відповідного розподілу енергій енергетичних щілин, що описуються відомою формулою Брюса і визначають спектр поглинання фотодіода [1, 7]. Оскільки залежність є нелінійною (обернено квадратичною), навіть симетричний розподіл розмірів трансформується в асиметричний розподіл енергій.

Для типових ансамблів PbS квантових цяток стандартне відхилення діаметра становить 5-10%, що призводить до енергетичного розкиду в десятки меВ [3]. Цей параметр є важливим, оскільки він порівнянний з тепловою енергією при кімнатній температурі (26 меВ), що суттєво впливає на термодинаміку та кінетику носіїв заряду.

В той же час теоретичні роботи, присвячені опису впливу статистики ансамблю на параметри реальних пристроїв на основі колоїдних квантових цяток, майже відсутні (до нечисленних винятків належить [8]). Тому метою цієї роботи є побудова наочної теоретичної моделі, яка дозволила б описувати коефіцієнт поглинання (а, отже, й фотострум) фотодіода на колоїдних квантових цятках з урахуванням статистики їх ансамблю за розмірами.

Стандартну схему фотодіода на квантових цятках зображено на рис.1. Вона передбачає наявність вбудованого енергетичного бар'єру і пов'язаної з ним області просторового заряду (ОПЗ, SCR). Ця ОПЗ є достатньо широкою для того, щоб квантовим тунелюванням через неї можна знехтувати. Але якщо в ній існують квантові цятки, для яких енергія оптичного переходу є меншою від ширини забороненої зони діелектричної чи напівпровідникової матриці, в яку їх вміщено, то народження пари електрон-дірка може спричинити до появи фотоструму через пристрій.

Внутрішня квантова ефективність фотодіода може бути достатньо високою за умови, коли час життя народжених квантом світла носіїв  $\tau$  є більшим від часу дрейфу цих носіїв через ОПЗ:

$$\tau \geq \frac{L^2}{\mu V_b} \quad (1)$$

де  $L$  – ширина ОПЗ,  $\mu$  – рухливість носіїв в ОПЗ,  $V_b$  – висота вбудованого потенціального бар'єру.

Зазвичай рухливість носіїв у шарі колоїдних квантових цяток, вміщених у діелектричну матрицю, невисока,  $10^3 - 10^2$  см<sup>2</sup>/В·с, і її підвищення є одним з викликів для конструкторів фотодіодів. Тому для ширини  $L$  порядку 100 нм дрейфовий час не менший від кількох десятків мкс. Проте, на щастя, час життя екситонів у таких системах може бути значним, більшим від 1 мкс, що призводить до виконання співвідношення (1) і до можливості високих значень внутрішньої квантової ефективності [2].

У наближенні ефективної маси енергія електрона і дірки в квантовій цятці (див. рис. 1) описується

рівнянням Шредингера для частинки в сферичній потенціальній ямі. Енергія першого збудженого стану (ефективна ширина забороненої зони  $E_g(R)$ ) нанокристала радіусом  $R$  визначається формулою Брюса [7]:

$$E_g(R) \approx E_g^{(b)} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_r R^2} - \frac{1.8e^2}{\epsilon_1 R}, \quad (2)$$

де  $E_g^{(b)}$  – ширина забороненої зони об'ємного напівпровідника;  $m_r = \frac{m_n m_p}{m_n + m_p}$  – зведена ефективна маса екситона ( $m_n$  та  $m_p$  – ефективні маси електрона та дірки);  $\hbar$  – зведена стала Планка;  $e$  – заряд електрона;  $\epsilon_1$  – діелектрична проникність квантової цятки.

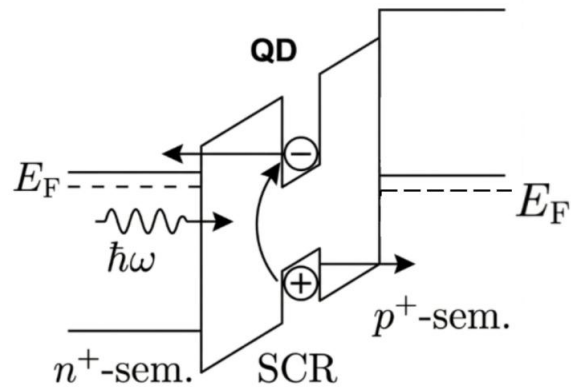


Рис. 1. Принципова схема фотодіода на колоїдних квантових цятках: між сильно легованими напівпровідниками  $n$ - та  $p$ -типу розміщено ОПЗ (SCR), яка складається з діелектрика із вмонтованими колоїдними квантовими цятками (QD). Поглинання кванту світла призводить до появи струму через пристрій.

Перший доданок у правій частині (2) відповідає енергії забороненої зони об'ємного матеріалу; другий доданок описує кінетичну енергію локалізації ("particle-in-a-box energy"), яка збільшує ширину забороненої зони при зменшенні радіуса; третій доданок враховує кулонівську взаємодію між електронем і діркою, що дещо знижує енергію випромінювального переходу.

Проте, коли йдеться про енергію кванта, що викликає перехід електрона між двома енергетичними рівнями вгору в момент, коли пари електрон-дірка ще не існує, цей останній доданок у (2) при розрахунку коефіцієнту поглинання враховувати не слід. Для енергії поглинутого кванту при цьому дійсне співвідношення:

$$\hbar \omega_0 = E_g^{(b)} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_r R_0^2} \quad (3)$$

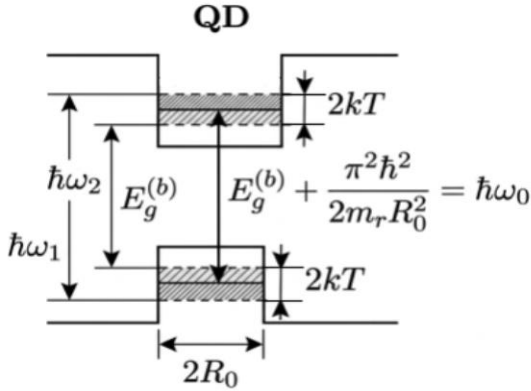
Тому останній доданок у (2) визначає енергію Стоксового зсуву між лініями поглинання й випромінювання квантової цятки.

Для монодисперсної системи спектр поглинання мав би чітко виражені піки, що відповідають переходам між дискретними рівнями, зокрема, на

частоті  $\omega_0$ , що відповідає переходу між основними квантованими рівнями дірки і електрона у сферичній наночастинці з радіусом  $R_0$  (3). Проте за скінченної температури  $T$  взаємодія з коливальними модами призводить до розмиття рівнів і можливості переходів у спектральній смузі між  $\omega_1$  і  $\omega_2$ , що лежать вище і нижче від  $\omega_0$  (див. рис. 2):

$$\hbar\omega_{1,2} \approx E_b + \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_r R^2} \pm 2kT. \quad (4)$$

За кімнатної температури це призводить до розмиття лінії з частотою  $\omega_0$  у смугу з шириною порядку 100 мЕВ.



**Рис. 2.** Енергії смуг дозволених переходів у колоїдній квантовій цятці:  $\hbar\omega_0$  відповідає переходу між найнижчими квантованими рівнями електрона й дірки в квантовій цятці з радіусом  $R_0$ .

Зазвичай коефіцієнт поглинання матеріалу-поглинача в ОПЗ  $\alpha_a$  (рис.1) записують як добуток концентрації квантових цяток  $N_0$  та перерізу оптичного поглинання окремої квантової цятки  $\sigma_a$ . Проте, якщо ми маємо статистичний ансамбль сферичних квантових цяток, що характеризується математичним очікуванням  $R_0$  і стандартним відхиленням  $s$ , коефіцієнт поглинання запишеться з урахуванням дисперсії як:

$$\alpha_0(\hbar\omega, R_0, s) = N_0 \int_0^\infty F(R_0, R, s) \sigma_\alpha(\hbar\omega, R) dR \quad (5)$$

Нормальна функція розподілу для випадку  $R_0 \gg s$  не потребує перенормування з повної осі  $[-\infty, +\infty]$  на піввісь  $[0, +\infty]$  і може бути записана в стандартному вигляді як:

$$F(R_0, R, s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} \exp\left(-\frac{(R-R_0)^2}{2s^2}\right) \quad (6)$$

Переріз поглинання сферичної наночастинки в рамках теорії ефективного середовища Брюггемена зазвичай записують [9] як:

$$\sigma_\alpha(\hbar\omega, R) = \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{n_1}{n_2} |f(\hbar\omega)|^2 \alpha_b(\hbar\omega) \quad (7)$$

У (7)  $\alpha_b(\hbar\omega)$  – коефіцієнт поглинання об'ємного матеріалу,  $n_{1,2}$  – коефіцієнти заломлення напівпровідникового матеріалу квантової цятки та

діелектричного матеріалу, в який цю цятку вміщено. Коефіцієнт корекції локального поля записується як

$$f(\hbar\omega) = \frac{3m_2^2}{m_1^2 + 2m_2^2} \quad (8)$$

де  $m_{1,2}$  – комплексні показники заломлення напівпровідника і діелектрика, для якого, з урахуванням відсутності поглинання,  $m_2 = n_2$ .

Обмеження, що накладаються на енергію поглинутого кванта виразом (4), призводять, зокрема, до того, що кожній енергії кванта  $\hbar\omega$  з цього діапазону відповідає інтервал значень радіусу квантової цятки, для якого поглинання є можливим:

$$R_{1,2} = \frac{\pi\hbar}{\sqrt{2m_r(\hbar\omega - E_g^{(b)} \pm 2kT)}} \quad (9)$$

Поза інтервалом  $[R_1, R_2]$  перехід заборонений, тому саме цей інтервал потрібно брати як межі інтегрування в (5). Запроваджуючи нову безвимірну змінну інтегрування та безвимірні параметри  $r = R/R_0$ ,  $r_{1,2} = R_{1,2}/R_0$ ,  $b = s/R_0$ , запишемо вираз для коефіцієнта поглинання:

$$\alpha_\alpha(\hbar\omega, R_0, s) = \frac{4}{3} \pi N_0 R_0^3 \frac{n_1}{n_2} |f(\hbar\omega)|^2 \alpha_b(\hbar\omega) Int;$$

$$Int = \frac{1}{\sqrt{2\pi}b} \int_{r_1}^{r_2} r^3 \exp\left(-\frac{(r-1)^2}{2b^2}\right) dr \quad (10)$$

Безвимірний інтеграл у (10) може бути легко обчислений у двох важливих граничних випадках.

А). Якщо стандартне відхилення в (6) прямує до 0 (випадок без дисперсії; при цьому  $r_2 - r_1 \gg b$  і межі інтегрування можна замінити на від 0 до  $\infty$ ), ми одержуємо:

$$Int \approx \int_0^\infty r^3 \delta(r-1) dr = 1 \quad (11)$$

В). Якщо дисперсія значна,  $r_2 - r_1 \ll b$ , то  $r$  перед експонентою в (10) може бути замінено на її значення

1, що лежить у вузькому проміжку між  $r_2$  та  $r_1$ , а значення самої експоненти теж близьке до 1. Тоді

$$Int \approx \frac{r_2 - r_1}{\sqrt{2\pi}b} \equiv \frac{R_2 - R_1}{\sqrt{2\pi}s} \quad (12)$$

Підставляючи в (12) вирази (9) і здійснюючи розклад за малим параметром (це можна робити, якщо середній радіус квантової цятки достатньо малий, і енергія оптичного переходу (3) значно перевищує значення забороненої зони в об'ємному матеріалі), остаточно одержуємо:

$$Int \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\hbar}{s} \frac{2kT}{\sqrt{2m_r(\hbar\omega - E_g^{(b)})} (\hbar\omega - E_g^{(b)})} \quad (13)$$

У загальному випадку цей інтеграл зображено на рис.3 як функцію  $r_2 - r_1$  для різних значень дисперсії  $b$ . З рисунку добре видно, що вже для значень безвимірної дисперсії  $b = 0.2$  відбувається перехід до

випадку, описуваного формулою (12).

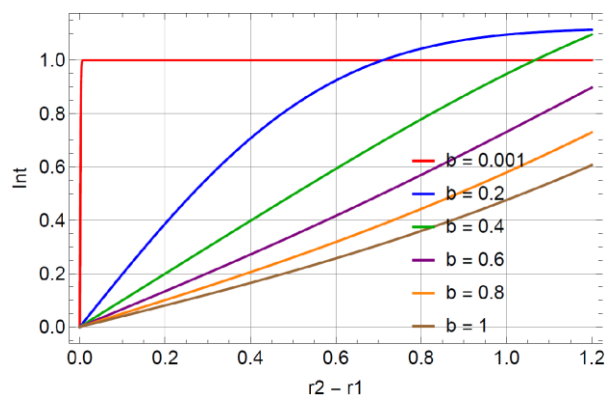


Рис. 3. Інтеграл  $Int$  у (10) як функція  $r_2 - r_1$  для різних значень дисперсії (0.001, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1).

Як видно з (12) у порівнянні з (11), зростання дисперсності ансамблю наночастинок у фотодетекторі призводить до помітного зменшення значення коефіцієнта поглинання на частоті, що відповідає поглинанню для наночастинок середнього розміру (3). При цьому залежність коефіцієнту поглинання (10) від частоти обумовлена переважно виразом (13), оскільки дисперсія інших величин, що входять до (10), на частотах з діапазону (4) є незначною, бо ці частоти віддалені (в силу малого розміру наночастинок, див. (3)) від частоти краю власного поглинання в об'ємному матеріалі. Особливо сильне зменшення коефіцієнту поглинання в дисперсних системах має місце для низьких температур, що відповідає (13).

Тому залежність коефіцієнту поглинання в загальному вигляді має вигляд кривої, зображеної на рис.4: після різкого зростання на частотах, близьких до  $\omega_1$ , відбувається спад за законом  $1/(\hbar\omega - E_g^{(b)})^{3/2}$ ,

а потім – далі зростання, обумовлене переходами з участю вищих квантованих енергетичних рівнів наночасти. Це якісно відповідає результату, отриманому експериментально для колоїдних квантових цяток InP розміром 1 – 5 нм (див. рис. 1а у [10]).

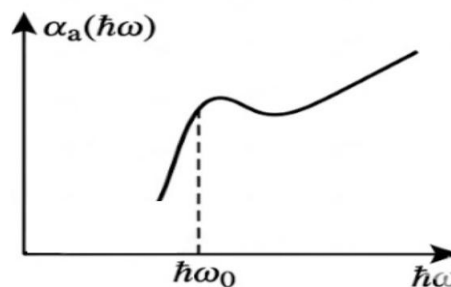


Рис. 4. Характерний вигляд залежності коефіцієнта поглинання від енергії кванта для фотодетектора на основі колоїдних квантових цяток.

Таким чином, у нашій роботі на основі простої й наочної теоретичної моделі показано, що дисперсність ансамблю колоїдних квантових цяток за їх розмірами суттєво впливає на коефіцієнт поглинання фотодіодів на основі таких квантових цяток і має обов'язково враховуватися при описі роботи сучасних інфрачервоних фотодетекторів.

*Роботу Стрїхи М.В. частково підтримано МОН України в рамках базового фінансування наукової діяльності в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка.*

**Стрїха М.В.** – доктор фізико-математичних наук, професор;  
**Сахун А.А.** – студентка.

- [1] М.Т. Картель, В.В. Лобанов. *Квантові точки – основа сучасного та майбутнього матеріалознавства. Нобелівська премія з хімії 2023 року*. Вісник НАН України, 12 33-41 (2023); <https://doi.org/10.15407/vsn2023.12.033>.
- [2] G. Konstantatos, E.H. Sargent, *Colloidal quantum dot photodetectors*. Infrared Physics & Technology, 54, 278 (2011); <https://doi.org/10.1016/j.infrared.2010.12.029>.
- [3] M. Vafaie et al. *Colloidal quantum dot photodetectors with 10-ns response time and 80% quantum efficiency at 1,550 nm*. Matter. (3), 1042 (2021); <https://doi.org/10.1016/j.matt.2020.12.017>.
- [4] Y.K. Choi et al. *High-resolution infrared quantum dot photodiode array via aerosol-assisted deposition*. Chemical Engineering Journal. 521. 166091 (2025); <https://doi.org/10.1016/j.ccej.2025.166091>.
- [5] S. Lu et al. *High-Performance Colloidal Quantum Dot Photodiodes via Suppressing Interface Defects*. ACS Applied Materials & Interfaces. 15(9), 12061 (2023); <https://doi.org/10.1021/acsami.2c22774>.
- [6] Doris Segets. *Analysis of Particle Size Distributions on Quantum Dots: from Theory to Application*. KONA Powder and Particle Journal, 33, 48 (2016); <https://doi.org/10.14365/kona.2016012>.
- [7] L.E. Brus, *A Simple Model for the Ionization Potential, Electron Affinity, and Aqueous Redox Potentials of Small Semiconductor Crystallites*. J. Chem. Phys, 79(11), 5566 (1983); <https://doi.org/10.1063/1.445676>.
- [8] Omar Qasimeh. Impact of Size Distribution on Optical Properties of Quantum Dots: A Comparative Study of Statistical Models. (2025); <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-6319636/v1>.
- [9] Yu. Pingrong et al. Absorption Cross-Section and Related Optical Properties of Colloidal InAs Quantum Dots. J. Phys. Chem. B, 109, 7084 (2005); <https://doi.org/10.1021/jp046127i>.
- [10] Guilherme Almeida et al. Size-Dependent Optical Properties of InP Colloidal Quantum Dots. *Nano Lett.* 2023, 23, 8697–8703. <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.3c02630>.

M.V. Strikha<sup>1,2</sup>, A.A. Sakun<sup>1</sup>

## **The Impact of the Colloidal Quantum Size Dispersion on the Absorption Coefficient of the Photodiode on their Base**

<sup>1</sup>*Taras Shevchenko National University of Kyiv, Department of Radiophysics, Electronics, and Computer Systems, Kyiv, Ukraine;*

<sup>2</sup>*V. Ye. Lashkaryov Institute of Semiconductor Physics, NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine, [maksym\\_strikha@hotmail.com](mailto:maksym_strikha@hotmail.com)*

It was demonstrated within a simple theoretical model that the size dispersion of the colloidal quantum dots ensemble influence essentially on the absorption coefficient of the photodiodes on their base, and therefore is to be taken into consideration within the description of the operation of modern photodetectors for the Infra-Red range. The increase of dispersion of the nanoparticles ensemble in the photodetector leads to essential decrease of the absorption coefficient at the frequency, which corresponds the absorption in the nanoparticles of the mean size. The typical dependence of the absorption coefficient on frequency includes the sharp increase at the frequencies, close to the intrinsic absorption edge of the quantum dot, followed then by the decrease according to formula  $1/(\hbar\omega - E_g^{(b)})^{3/2}$ , where the denominator includes the gap value in the bulk material, and later – the further increase due to transitions including the upper energy levels of the nanoparticle.

**Keywords:** Colloidal quantum dots, photodiode, size dispersion, absorption coefficient.